

Reg. No. :

Code No. : 30343 B Sub. Code : JMMA 64/
JMMC 64

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
APRIL 2020.

Sixth Semester

Mathematics/ Mathematics with CA – Main

GRAPH THEORY

(For those who joined in July 2016 only)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $\deg(v_1) = 3$ $\deg(v_2) = 2$; $\deg(v_3) = 2$; $\deg(v_4) = 2$
என்ற நான்கு புள்ளிகள் கொண்ட வரைகளின் எண்ணிக்கை

(அ) 1

(ஆ) 2

(இ) 3

(ஈ) 0

The number of graphs a with four vertices having $\deg(v_1) = 3$ $\deg(v_2) = 2$; $\deg(v_3) = 2$; $\deg(v_4) = 2$

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 0

2. முக்கோணமற்ற p புள்ளிகள் கொண்ட வரையில் உள்ள கோடுகளின் எண்ணிக்கையின் அதிகபட்சம் _____ ஆகும்.

- (அ) $\left[\frac{p^2}{4} \right]$ (ஆ) $\left[\frac{p^2}{2} \right]$
(இ) $\left[\frac{p^2}{3} \right]$ (ஈ) $\left[\frac{p^2}{6} \right]$

The maximum number of lines among all p point graphs with no triangles is _____.

- (a) $\left[\frac{p^2}{4} \right]$ (b) $\left[\frac{p^2}{2} \right]$
(c) $\left[\frac{p^2}{3} \right]$ (d) $\left[\frac{p^2}{6} \right]$

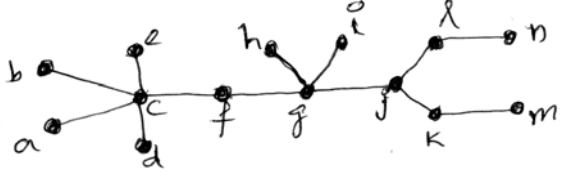
3. 10 புள்ளிகள் கொண்ட ஒரு மரத்தில் 3 புள்ளிகள் ஒரு படி கொண்டவை எனில் வெட்டு புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை _____ ஆகும்.

- (அ) 3
(ஆ) 7
(இ) 1-க்கும் 7-க்கும் இடைப்பட்ட ஏதேனும் ஒரு எண்
(ஈ) 1-க்கும் 10-க்கும் இடைப்பட்ட ஏதேனும் ஒரு எண்

Support T is a tree with 10 points among which 3 are pendent points then the number of cut points in T is equal to

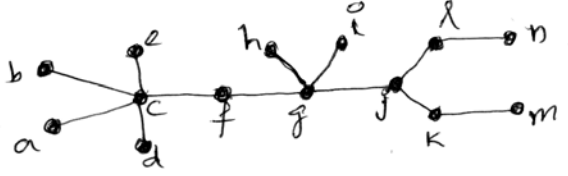
- (a) 3
- (b) 7
- (c) any number between 1 to 7
- (d) any number between 1 to 10

4. என்ற மரத்தின் மையம்



- (அ) f, g
- (ஆ) g, j
- (இ) h, i, g
- (ஈ) g

The centre(s) of the tree



- (a) f, g
- (b) g, j
- (c) h, i, g
- (d) g

5. G என்பது (p, q) -மீப்பெரு தள வரை எனில்

(அ) $q = 3p + 6$ (ஆ) $p = 3q - 6$

(இ) $p = \frac{q+6}{3}$ (ஈ) $q = 3p - 4$

If G is a maximal planar (p, q) graph then

(a) $q = 3p + 6$ (b) $p = 3q - 6$

(c) $p = \frac{q+6}{3}$ (d) $q = 3p - 4$

6. ஒரு (p, q) -வரை G என்பது அய இரட்டை எனில்

(அ) $q = 3p - 6$ (ஆ) $q = 2p - 3$

(இ) $q = 2p - 2$ (ஈ) $q = 3p + 6$

If a (p, q) graph G is self dual then

(a) $q = 3p - 6$ (b) $q = 2p - 3$

(c) $q = 2p - 2$ (d) $q = 3p + 6$

7. G என்பது ஒரு (p, q) வரை எனில்

(அ) $q \geq \binom{p}{2}$ (ஆ) $q = \binom{p}{2}$

(இ) $q < \binom{p}{2}$ (ஈ) $q \leq \binom{p}{2}$

If G is a (p, q) graph then

(a) $q \geq \binom{p}{2}$ (b) $q = \binom{p}{2}$

(c) $q < \binom{p}{2}$ (d) $q \leq \binom{p}{2}$

8. _____ எனில் G என்பது ஒரு கோட்டு வரை என அழைக்கப்படுகிறது.

(அ) ஏதேனும் ஒரு H -க்கு $G \cong L(H)$

(ஆ) அனைத்து H -க்கும் $G \cong L(H)$

(இ) ஒரு H -க்கு $G \cong L(H)$

(ஈ) எந்த இரு H -க்கு $G \cong L(H)$

A graph G is called a line graph if

(a) $G \cong L(H)$ for some H

(b) $G \cong L(H)$ for all H

(c) $G \cong L(H)$ for one H

(d) $G \cong L(H)$ for two H

9. ஒரு சக்கரத்தில் ஒற்றை எண்ணிக்கையில் புள்ளிகள் இருந்தால் அதன் வண்ண எண் _____ ஆகும்.

(அ) 4 (ஆ) 5

(இ) 3 (ஈ) 2

A wheel has chromatic number _____ if it has an odd number of points.

(a) 4 (b) 5

(c) 3 (d) 2

10. G என்பது ஒரு வரை எனில்

(அ) $x = \Delta + 1$ (ஆ) $x \geq \Delta + 1$

(இ) $x \leq \Delta + 1$ (ஈ) $x = \Delta$

If G is any graph then

(a) $x = \Delta + 1$ (b) $x \geq \Delta + 1$

(c) $x \leq \Delta + 1$ (d) $x = \Delta$

PART B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) எந்தவொரு ஹேமில்டோனியன் வரையும் 2-தொடுக்கப்பட்டவை என நிரூபி.

Prove that every hamiltonian graph is 2-connected.

Or

(ஆ) G என்பது தொடுக்கப்பட்டவை அல்ல எனில் \overline{G} தொடுக்கப்பட்டவை என நிரூபி.

If G is not connected then prove that \overline{G} is connected.

12. (அ) எந்தவொரு தொடுத்த வரையிலும் ஒரு விரிக்கும் மரம் இருக்கும் என நிரூபி.

Prove that every connected graph has a spanning tree.

Or

(ஆ) G என்ற அற்பமற்ற எந்தவொரு மரத்திலும் படி 1 கொண்ட புள்ளிகள் குறைந்தபட்சம் இரண்டு இருக்கும் என நிரூபி.

Prove that every non-trivial tree G has atleast two vertices of degree.

13. (அ) K_5 என்ற வரை தளத்தில் வரையத்தக்கதல்ல என நிரூபி.

Prove that the graph K_5 is not planar.

Or

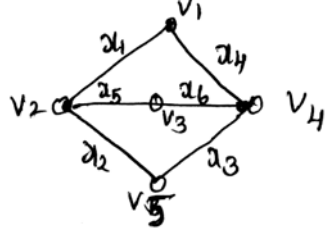
(ஆ) G என்பது ஒவ்வொரு முகமும் ஒரு n -சுற்று எனக் கொண்ட (p,q) தள வரை எனில் $q = \frac{n(p-2)}{n-2}$ எனக்காட்டுக.

If G is a (p,q) plane graph in which every face is an n cycle then prove that $q = \frac{n(p-2)}{n-2}$.

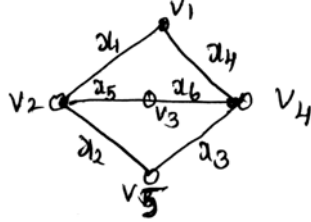
14. (அ) எந்தவொரு வரையும் வெட்டு வரை என நிரூபி.
Prove that every graph is an intersection graph.

Or

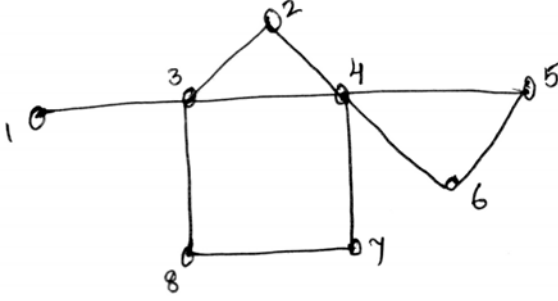
(ஆ) கீழ்க்கண்ட வரையின் அடுத்த அணி காண்



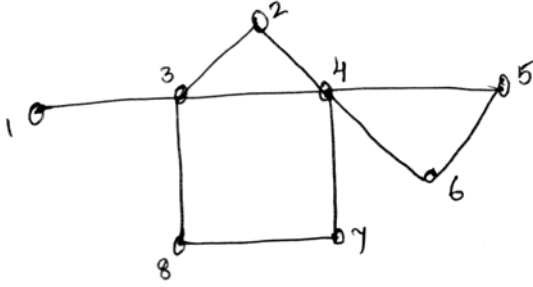
Write the adjacency matrix of the graph given below.



15. (அ) கீழ்க்கண்ட வரைக்கு வண்ண எண் 3 எனக் கொண்ட வண்ண பகுப்பு காண்.



Write the chromatic partitioning which has chromatic number 3 of the graph given below.



Or

- (ஆ) $\lambda^4 - 3^3 + 3\lambda^2$ என்பது எந்த வரைக்கும் வண்ண பல்லுறுப்புக் கோவையாக அமையாது என நிரூபி.

Prove that $\lambda^4 - 3^3 + 3\lambda^2$ cannot be the chromatic polynomial of any graph.

PART C — ($5 \times 8 = 40$ marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) G என்ற ஒரு வரை தொடுக்கப்பட்டதாக இருந்தால் மற்றும் இருந்தால் மட்டுமே v -ஐ v_1 மற்றும் v_2 என்ற உட்கணங்களாக பிரிக்கும் எந்தவொரு பிரிப்பிலும் v_1 -ல் ஒரு புள்ளியை v_2 -ல் ஒரு புள்ளியையும் இணைக்கும் ஒரு கோடு இருக்கும் எனக்காட்டுக.

Prove that a graph G is connected iff for any partition of v into subsets v_1 and v_2 there is a line of G joining a point of v_1 to point of v_2 .

Or

- (ஆ) ஒரு வரை ஹேமில்டோனியனாக இருந்தால் மற்றும் இருந்தால் மட்டுமே அதன் மூடலும் ஹேமில்டோனியனாக இருக்கும் என நிரூபி.

Prove that a graph is hamiltonian if its closure is hamiltonian.

17. (அ) G என்பது ஒரு (p, q) வரை என்க. எனில் கீழ்க்கண்ட கூற்றுகள் சமானமானவை என நிரூபி.

- (i) G ஒரு மரம்
- (ii) G -ன் எந்த இரு புள்ளிகளையும் ஒரு தனித்த பாதை இணைக்கும்
- (iii) G தொடுக்கப்பட்டது மற்றும் $p = q + 1$
- (iv) G சுற்றற்றது மற்றும் $p = q + 1$.

Let G be a (p, q) graph. The following statements are equivalent

- (i) G is a tree
- (ii) Every two points of G are joined by a unique path
- (iii) G is connected and $p = q + 1$
- (iv) G is cyclic and $p = q + 1$.

Or

(ஆ) எந்தவொரு மரத்தின் மையத்திலும் ஒரு புள்ளி அல்லது இரு அடுத்தடுத்த புள்ளிகள் இருக்கும் எனக்காட்டுக.

Prove that every tree has a centre consisting of either one point.

18. (அ) ஒரு வரையை கோளத்தின் மேற்பரப்பில் பதிக்க முடிந்தால் மற்றும் முடிந்தால் மட்டுமே அதை ஒரு தளத்தில் பதிக்க முடியும் என நிரூபி.

Prove that a graph can be embedded in the surface of a sphere iff it can be embedded in a plane.

Or

- (ஆ) $p \geq 3$ புள்ளிகள் கொண்ட தளத்தில் வரையக்கூடிய வரையில் படி 6-ஐ விடக் குறைந்த புள்ளிகள் குறைந்தபட்சம் மூன்று இருக்கும் எனக்காட்டுக.

Prove that every planar graph G with $p \geq 3$ points has atleast three points of degree less than 6.

19. (அ) G என்பது ஒரு (p, q) -வரை என்க. எனில் $L(G)$ என்பது ஒரு (q, q_2) -வரை என நிரூபி. இதில்

$$q_L = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^p d_i^2 \right) - q \text{ ஆகும்.}$$

Let G be a (p, q) graph. Then prove that $L(G)$ is a (q, q_2) graph where

$$q_L = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^p d_i^2 \right) - q .$$

Or

(ஆ) G_1 என்பது ஒரு (p_1, q_1) -வரை மற்றும் G_2 என்பது ஒரு (p_2, q_2) வரை என்க.

(i) $G_1 \cup G_2$ ஒரு $(p_1 + p_2, q_1 + q_2)$ வரை ஆகும்

(ii) $G_1 + G_2$ ஒரு $(p_1 + p_2, q_1 + q_2, p_1 p_2)$ வரை ஆகும்

(iii) $G_1 \times G_2$ ஒரு $(p_1 p_2, q_1 p_2 + q_2 p_1)$ வரை ஆகும்

(iv) $G_1[G_2]$ ஒரு $(p_1 p_2, p_1 q_2 + p_2^2 q_1)$ வரை ஆகும்.

Let G_1 be a (p_1, q_1) graph and G_2 be a (p_2, q_2) graph. Then prove that

(i) $G_1 \cup G_2$ is a $(p_1 + p_2, q_1 + q_2)$ graph

(ii) $G_1 + G_2$ is a $(p_1 + p_2, q_1 + q_2, p_1 p_2)$ graph

(iii) $G_1 \times G_2$ is a $(p_1 p_2, q_1 p_2 + q_2 p_1)$ graph

(iv) $G_1[G_2]$ is a $(p_1 p_2, p_1 q_2 + p_2^2 q_1)$ graph.

20. (அ) G என்ற ஒரு வரையில் M என்ற ஒரு பொருத்தம் மீப்பெரு பொருத்தமாய் இருந்தால் மற்றும் இருந்தால் மட்டுமே G -ல் M -பெருக்கும் பாதை இருக்காது என நிரூபி.

Prove that a matching M in a graph G is a maximum matching if and only if G contains no M -augmenting path.

Or

- (ஆ) K_{2n} என்ற முழுமையான வரையில் உள்ள கச்சிதமான பொருத்தங்களின் எண்ணிக்கை காண்.

Find the number of perfect matchings in the complete graph K_{2n} .
